11. Обработка результатов измерений

Измеренная, очищенная от грубых промахов информация далее должна быть представлена в виде, удобном для анализа, пользования, хранения. Этих целей легче достичь, если представить информацию в виде таблиц, графиков или аналитических функций. В зависимости от назначения полученных результатов, целесообразно применение либо одного из указанных способов, либо их сочетание. Как правило, опытные данные сначала сводят в таблицы, затем представляют в виде графика и в некоторых случаях выражают аналитическим уравнением. В любом из этих вариантов имеются по крайней мере две величины, одну из которых выбирают в качестве независимой (аргумента), а другая становится функцией первой. За независимую принимают ту величину, которая меняется самостоятельно или ее можно задавать произвольно.

11.1. Таблицы

Таблицы являются основной формой записи результатов измерений. Представление данных в виде графиков или формул не должно заменять их записи в табличной форме, когда информация представляется как непосредственно полученный результат измерений.

При составлении таблиц значения независимых величин и их функций располагаются в отдельных столбцах (колонках) или строчках в порядке возрастания аргумента. Значения аргумента приводят через определенные интервалы (шаг таблицы), которые обычно являются равноотстоящими. Первая колонка, как правило, содержит значение аргумента, а измеряемые величины (функция) располагаются в следующих столбцах. В последних колонках принято помещать значения величин, рассчитанных по непосредственно измеряемым. Примечания к табличным данным, в соответствии с ГОСТ 7.32-01, устанавливающим общие требования и правила оформления отчета по научно-исследовательским работам (НИР), следует делать в нижней части таблицы.

При заполнении таблиц численные значения величин должны содержать только верные цифры. При этом их располагают так, чтобы запятые, отделяющие десятичные знаки, были расположены в каждом столбце на одной вертикали. Многоразрядные числа или меньшие единицы десятичные дроби с большим числом нулей рекомендуется обозначать значащими цифрами, умноженными или разделенными на число, кратное десяти, или на степень с основанием 10. Например, вместо 3000 или 0,0003 целесообразно записать $3{\cdot}10^4$ или $3{\cdot}10^{-4}$.

Если повторяющийся в графе таблицы текст состоит из одного слова, его допускается заменять кавычками. Если текст состоит из двух и более слов, то при первом повторении его заменяют словами «то же», а далее кавычками. Нельзя ставить кавычки вместо повторяющихся цифр, марок, знаков, математических или химических символов. Если цифровые или иные данные в какой-либо строке таблицы не приводят, то в ней ставят прочерк. Не рекомендуется вводить строки, в которых более половины данных по столбцам отсутствует.

Ряд дополнительных сведений по оформлению таблиц содержит ГОСТ 7.32-01.

Помимо вышерассмотренных таблиц, в которых даются результаты измерений, состоящих в функциональной зависимости, имеются и таблицы справочного характера, например содержащие результаты химических анализов, объем выпуска какой-либо продукции по странам и т.д. Правила их оформления в значительной степени аналогичны, однако значения аргумента и функции, шага таблицы к ним не применимы.

11.2. Построение графиков

Графическое построение опытных и расчетных данных удобно тем, что позволяет сравнительно легко обнаружить особенности исследуемой зависимости (наличие максимумов, минимумов, точек перегибов и т.п.). В таблицах эти особенности проявляются менее отчетливо. Кроме того, с помощью графиков можно производить дифференцирование и интегрирование одних переменных относительно других, не зная математической формы имеющихся графических зависимостей, осуществлять интерполяцию и экстраполяцию табличных данных.

При построении графических зависимостей необходимо соблюдать несколько основных правил, касающихся выбора вида и масштаба графика и проведения кривой через нанесенные точки (рис. 11.1).

Обязательным компонентом графика является ось абсцисс (горизонтальная) и ось ординат (вертикальная). Значения независимой переменной откладываются по оси абсцисс, а зависимой — по оси ординат. При этом на одном графике можно дать несколько осей ординат как функции одного аргумента и привести несколько осей абсцисс при одной или нескольких ординатах.

Пересечение осей абсцисс и ординат часто принимают за нулевую точку значений зависимых и независимых величин. Однако острой необходимости начинать горизонтальную и вертикальную шкалу с нулевого значения аргумента или функции нет. Шкала может начинаться

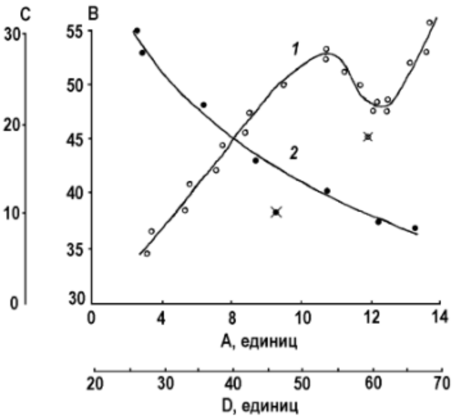

Рис. 11.1. Зависимость B от A (1) и C от D (2)

с наименьшего округленного значения из совокупности данных и кончаться наибольшим округленным значением.

Масштаб графика желательно выбрать так, чтобы кривая, насколько это возможно, была наклонена к оси абсцисс под углом, близким к 45°. Этого легко достичь, если длины осей абсцисс и ординат выбрать примерно одинаковыми.

Координаты любой точки графика должны определяться легко и быстро. Для этого разница между ближайшими значениями величин аргумента (шаг аргумента) и функции (шаг функции), откладываемая по осям абсцисс и ординат, должна быть, как правило, кратной 1, 2, 4, 5, 10.

Для чтения графика обычно подписывают значения всех шагов аргумента и функции, но часто оказывается удобным делать подписи через один или несколько шагов. Однако какая бы система надписи ни была принята, ее необходимо соблюсти на всем графике. На каждой координатной оси нужно проставить названия наносимой величины и единицы, в которых она измеряется.

В некоторых случаях при построении графика на координатных осях удобнее откладывать не измеряемые величины, а некоторые расчетные, использовать, например, шкалу обратных температур, логарифмические или полулогарифмические координаты и т.д. Во многих случаях с помощью таких приемов удается получить прямолинейные зависимости, позволяющие с большой точностью выполнять обработку результатов измерений, находить эмпирические коэффициенты формул, производные и т.д. Например, характерную для многих физико-химических процессов зависимость $x = A \exp(-E/RT)$, где переменными являются x

и T, можно выразить в координатах $\lg x - 1/T$, в которых зависимость становится прямолинейной.

На график наносятся все экспериментальные точки за исключением промахов (на рис. 11.1 перечеркнуты). По ним относительно тонкой чертой проводится линия таким образом, чтобы опытные точки четко выделялись. Линия должна быть плавной и в интервале вероятных значений проходить как можно ближе ко всем точкам. При этом может выявиться разброс точек по обе стороны линии. В таком случае примерно половина всех точек должна лежать по одну, а вторая — по другую сторону линии. Вместе с тем проводимая линия не должна содержать необъяснимых разрывов, самопересечения и других маловероятных особенностей.

В пределах вероятных значений измеренной величины экспериментальные точки следует стремиться передать наиболее простыми зависимостями, например линейной. Все экспериментальные точки и точки перегибов должны быть, как правило, подтвержденными дополнительными измерениями и находиться вне пределов вероятных значений мысленно линейно или иным образом интерполированной функции при данных значениях аргумента. В тех случаях, когда необходимо подчеркнуть экстремум функции, следует увеличить масштаб по оси ординат или уменьшить его по оси абсцисс.

Графическая зависимость позволяет быстро получить дополнительную информацию, помимо содержащейся в таблице. Так, легко решаются задачи *интерполяции*, т.е. вычисления значения функции (не имеющегося в таблице). Для этого любое интересующее нас значение функции снимается с нанесенной линии в точке ее пересечения с величиной соответствующего аргумента. Легко решается и обратная задача — по известному значению функции находят соответствующее значение аргумента. При наличии только табличных данных интерполяция, во-первых, более сложна и трудоемка, во-вторых, реализуется только в предположении линейной интерполяции (прямой и обратной). В ряде случаев линейная интерполяция оказывается довольно грубым приближением в интересующем нас интервале значений аргумента и функции.

Все сказанное относительно интерполяции справедливо и в отношении *экстраполяции*, т.е. вычисления значений функции за пределами нижнего и верхнего измеренного значения аргумента. Следует лишь отметить, что результаты экстраполирования тем приближеннее, чем далее оно уходит за пределы измерений.

Линия графика позволяет произвести дифференцирование в любой ее точке проведением через последнюю касательной. Тем самым может быть получена ценная информация о скорости и ее изменении в описываемом линией процессе при различных значениях аргумента.

График позволяет осуществить интегрирование функции путем подсчета площади под его линией. Подсчет можно сделать различными способами: по клеточкам миллиметровой бумаги, планиметром, «взвешиванием» площади и сравнением полученной величины с «весом» известной единицы (эталона) площади (на такой же бумаге). Естественно, что при этом необходимо учитывать масштаб графика, так как в общем случае эталонная площадь может быть только пропорциональной интегралу зависимости, изображенной на графике.

11.3. Аналитические зависимости

Помимо табличных и графических форм, результаты измерения могут быть выражены аналитическими зависимостями в виде эмпирических формул. Это весьма компактный способ свертки и хранения результатов измерения. Недостатком его является то, что обычно он описывает результаты измерения менее точно, чем табличные данные в точках замеров или графические — на остальных участках. И, что естественно, эмпирические уравнения справедливы только в пределах произведенных измерений.

Таблица 11.1

Некоторые элементарные функции в спрямленной системе координат

Вид функции	Спрямленные координаты		Графический вид
	$\bar{x}$	$\bar{y}$	
$y = ax + b$ линейная	x	y	 прямая линия
$y = ax^n + b$ степенная	$\lg x$	$\lg y$	 парабола
$y = ae^{nx} + b$ показательная	$\lg x$	$\lg y$	 вертикальная асимптота
$y = \dfrac{a}{x^n} + b$ обратная степенная	$\lg x$	$\lg y$	 гипербола
$y = ax^2 + bx + c$ квадратный трехчлен	$\lg x$	$\lg y$	 парабола
$y = ax^b e^{cx}$ показательно-степенная	$\Delta\lg x$	$\Delta\lg y$	

При установлении эмпирических аналитических зависимостей необходимо решить две основные задачи: а) выбрать вид наиболее простой формулы, возможно более точно описывающей результаты измерений; б) определить постоянные величины (константы) в формуле.

Для определения вида функции пытаются подобрать такие «спрямленные» системы координат, чтобы в их рамках эмпирические точки легли на прямую. В таблице 11.1 представлены преобразования некоторых элементарных функций в спрямленной системе координат и их графические выражения при значимых положительных значениях аргумента.

В спрямленных координатах все зависимости приводятся к линейной функции вида $\bar{y} = a\bar{x} + b$. Из этой формулы методом наименьших квадратов либо методом средних можно графически определить значения a, b. Найдя эти значения, подставляют их в аналитическую функцию, описывающую полученные результаты измерений.

Следует отметить, что, помимо эмпирических зависимостей, передаваемых элементарными функциями, большое значение в некоторых случаях имеют корреляционные эмпирические зависимости. Их широко используют в статистических, в том числе природоохранного характера, исследованиях, выявляя влияние одного или нескольких параметров на какую-либо функцию (парные и множественные корреляции).